ACIMED

Segmentation des images médicales

Dominique.Bereziat@lip6.fr

Université Pierre et Marie Curie
Laboratoire d'Informatique de Paris 6

Révision d'octobre 2012

Des problèmes médicaux ...

- Segmentation : algorithme partitionnant une image en 2 ou davantage de régions.
- Opération cruciale dans les problèmes médicaux suivants :
  1. Imagerie fonctionnelle : quantification des volumes des tissus, des organes.
  2. Aide au diagnostic d'une maladie.
  3. Localisation de la pathologie.
  4. Étude d'une structure anatomique.
  5. Planification de traitement.
  6. Chirurgie assistée par ordinateur.
- Toutes les modalités de l'image médicale sont concernées.

... et des problèmes de traitement d'images

Les problèmes posés par les médecins nécessitent un traitement informatique (algorithmique) de l'image.

- Bien sûr : la segmentation 2D, 3D, 4D (X, CT-X, IRM, PET).
- Reconstruction 3D (US) :
  - inférer de nouvelles structures (à partir de quelques acquisitions 2D et de modèles).
  - visualiser plus facilement (à partir d'images de coupe – scan) des structures complexes (ex : cerveau).
- Recalage.
- Analyse automatique de grande quantité d'images :
  - un flux d'images (vidéo)
  - une base de données d'image médicale, constitution de modèles biologiques (atlas).

Définition de la segmentation

- Segmentation d'une image : séparation du domaine image en plusieurs zones.
- Chaque zone est fortement connexe : sinon, on parle plutôt de classification et de classes.
- Idéalement, chaque région segmentée a une forte corrélation avec certaines zones de l'image, des objets dans l'image.
- Première étape avant l'étiquettage, l'analyse puis l'interprétation des images.
- Ce que l'on peut espérer : un partitionnement en zones vérifiant des propriétés
  1. spatiales (ex : zones à frontière régulière, de forme prédéterminée)
  2. radiométriques (ex : zones homogènes en distribution de niveau de gris).

Segmentation : définition

- Plusieurs niveaux de segmentation :
  - Segmentation complète : les ensembles segmentés et disjoints correspondent à des objets,
  - Segmentation partielle : les régions ne correspondent pas directement aux objets dans l'image :
    - l'espace est partitionné en zones *homogènes*,
    - les régions peuvent s'entrelacer,
    - une segmentation complète nécessite généralement des connaissances *a priori* sur le contenu des images, la structure des objets, *etc.*
  - Segmentation "floue" :
    - Classiquement : un pixel appartient à une et une seul région.
    - Si les contours délimitant la frontière entre deux régions adjacentes ne sont pas nets, comment segmenter cette zone ?
    - Attribuer un poids, une probabilité d'appartenir à telle ou telle classe :

$$u_r(s) \in [0,1] \quad \text{poids du pixel } s \text{ pour la région } r$$

$$\sum u_r(s) = 1, \forall s$$

puis prendre la contribution maximale pour étiquette finale.

Segmentation : définition

- Usuellement, les segmentations partielles s'obtiennent avec des traitements bas niveau.
- Les segmentations complètes sont plutôt des traitements haut niveau.
- Dans certains cas favorables, on peut obtenir des segmentations complètes avec des outils bas niveau.
- Tout dépend de la nature de l'image et de son contenu.
- Il n'existe pas de méthode générale : une modalité (parfois une donnée), une pathologie, un algorithme dédié.

Difficultés à lever

- Prétraitements.
- Choix des propriétés (spatiales et radiométriques) et injection dans les méthodes.
- Nombre de régions/de classes.
- Méthodologies.

Choix de la revue méthodologique

classé thématiquement par nature de l'information à traiter

1. Approches radiométriques
2. Approches contours
3. Approches régions
4. Approches par atlas

Quelques remarques :

- revue non exhaustive,
- d'autre classement thématique sont possibles :
  - type de méthode (variationnelle, stochastique, ...) : pour les théoriciens ;
  - selon le problème médical (segmentation de l'aorte, des reins, ...) : pour les médecins (quelle problème, quelle solution : modalité, algorithme). L'état de l'art est très riche : par spécialité médicale ;
  - nous avons choisi un classement par propriété image (IMA)

Notations utilisées dans ce cours

- S l'ensemble des pixels de l'image.
- I l'image en entrée, codée sur G niveaux de gris. I est de dimension n par p.
- Un pixel est tantôt désigné par son numéro s dans S tantôt désigné par sa coordonnée dans la grille spatiale (l, c) (ligne, colonne).
- L, l'image segmentée (ou labellisée). Le nombre de valeurs de L correspond au nombre de régions ou de classes (après classification).
- Ainsi $S = \bigcup_{l \in \mathcal{L}} S_l$ et tels que $S_k \cap S_l = \emptyset, k \neq l$
- $L(s) = l \Leftrightarrow s \in S_l$
- Connexité : $\forall (s, p) \in S$, il existe un chemin de s vers p.

Approches radiométriques

- Particularité : ces méthodes ne reposent pas sur des informations spatiales.
- Conséquence immédiate : pas d'assurance d'obtenir des régions segmentées connexes.
- Peuvent servir de pré-segmentation à des algorithmes plus haut niveau.
- Parfois suffisant (voir exemples plus loin).
- Au menu :
  - approches par seuillages,
  - modification de l'histogramme,
  - *clustering* :
    - k-moyennes,
    - c-moyennes,
    - classification.

Les approches par seuillage

- Historiquement, les premières approches : simples et peu coûteuses.
- Soit un seuil t, on obtient L tq : $L(s) = \mathbb{1}_{I(s)>t}$
- On obtient une image binaire. Généralement, on a $L(s) = 1$ pour les points de l'objet et 0 pour les points en arrière-plan.
- Choix du seuil t : empirique et supervisé.
- Limitations :
  - Objet avec une illumination non constante : segmentation partiel de l'objet
  - Frontière peu marquée : risque de sous ou sur segmentation

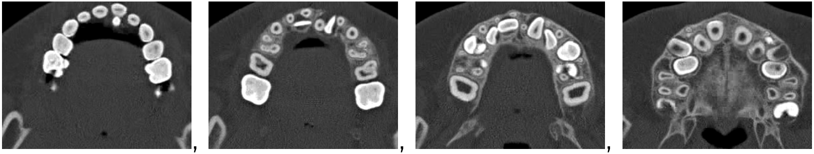
Variante autour du seuillage

- Seuillage adaptatif : $L(s) = \mathbb{1}_{I(s)>t_{I,s}}$:
  - Diviser l'image en sous-images.
  - Seuiller chaque sous-image avec un seuil propre.
- Inconvients :
  - Difficulté des choix des seuils et du découpage des sous-images.
  - Problème de discontinuité dans L.
- Seuillage en bande : $L(s) = \mathbb{1}_{I(s)\in D}$: extraction d'isolignes.
- Seuillage multiple : $L(s) = \sum_{i=1\ldots n} i\mathbb{1}_{I(s)\in D_i}$
- Semi seuillage : $L(s) = I(s)\mathbb{1}_{I(s)\geq T}$
- Seuillage sur d'autres informations que les niveaux de gris : norme du gradient, seuillage dans le domaine de Fourier, ...

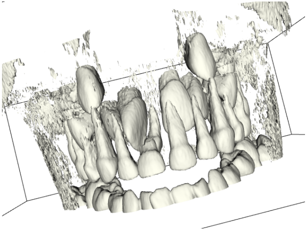
Des résultats parfois suffisant car ...

- Certaines modalités en imagerie médicale sont très favorables :
  - on connaît précisément les interactions entre le vecteur d'acquisition et les tissus
  - on contrôle le vecteur d'acquisition
  - on contrôle (dans une certaine mesure) le sujet
  - Exemple typique : acquisition X, IRM.
- D'autres modalités ne sont pas du tout favorable ! Exemple : US.

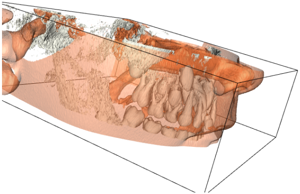
Exemple en CT-X ...



(a) 4 plans de coupe



(b) Seuillage à 80



(c) Seuillage à 500

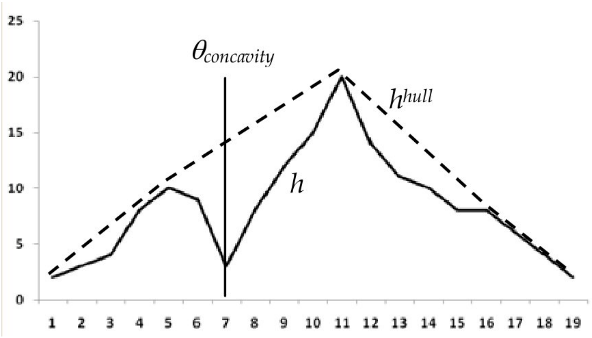
Figure: X-CT dentaire (dynamique sur 12 bits)

Seuillage : choix du seuil

- Pour certains tissus et certaine modalité : supervisé ou connu à l'avance.
- Méthode automatique ? Dans [Sezgin and Sankur, 2004]) 40 méthodes en classé 6 catégories :
  1. histogram shape-based methods, where, for example, the peaks, valleys and curvatures of the smoothed histogram are analyzed
  2. clustering-based methods, where the gray-level samples are clustered in two parts as background and foreground object !, or alternately are modeled as a mixture of two Gaussians
  3. entropy-based methods result in algorithms that use the entropy of the foreground and background regions, the cross-entropy between the original and binarized image, ...
  4. object attribute-based methods search a measure of similarity between the gray-level and the binarized images, such as fuzzy shape similarity, edge coincidence, ...
  5. the spatial methods use higher-order probability distribution and/or correlation between pixels
  6. local methods adapt the threshold value on each pixel to the local image characteristics.

Analyse de la concavité

- [Rosenfeld and De la Torre, 1983]
- Soit h l'histogramme de l'image,
- h^{hull}, enveloppe convexe de h.
- Prendre : $t = \underset{g}{\operatorname{argmax}} |h(g) - h^{\text{hull}}(g)|$



Méthode d'[Otsu, 1979]

- Principe : pour un seuil t donné, Otsu propose de calculer la **variance intraclasses** et de retenir la valeur t qui minimise cette variance.
- Deux classes : $C_1 = \{g|0 \leq g < t\}$ et $C_2 = \{g|t \leq g < L\}$, avec $0 \leq g < L$.
- Soit $p(g) = \frac{n(g)}{N}$ avec $n(g)$ = nombre de pixels de niveau g et $N = |S|$.
- Remarquons que $\alpha(t) = \sum_{g=0}^{t-1} p(g)$ et $1 - \alpha(t) = \sum_{g=t}^{L-1} p(g)$.
- La variance intraclasses est définie par :

$$\sigma^2_{intra}(t) = \alpha(t)\sigma_1^2(t) + (1 - \alpha(t)){\sigma^2}_2(t) \quad (1)$$

où σ_1^2 et σ_2^2 sont les variances des deux classes.

Méthode d'Otsu (suite)

- Que signifie intuitivement minimiser la variance intraclasses ?
  - la variance intraclasses est d'autant plus petite que les variances σ_1^2 et σ_2^2 sont petites (en proportion de leur taille)
  - c'est-à-dire que la variance intraclasses est d'autant plus petite que les deux classes sont homogènes.

Théorème

Le seuil qui minimise la variance intraclasse est la valeur stationnaire de l'algorithme numérique suivant :

$$
\begin{aligned}
t_0 &= \mu_0 \\
t_{k+1} &= \frac{1}{2}(\mu_1(t_k) + \mu_2(t_k))
\end{aligned}
$$

Voir preuve en annexe (p. 123).

- En pratique : on itère jusqu'à ce que $|t_k - t_{k+1}| < \epsilon$, l'algorithme converge en une dizaine d'itérations.

Seuillage optimal : résultat

Figure: Image IRM.

Seuillage optimal : résultat

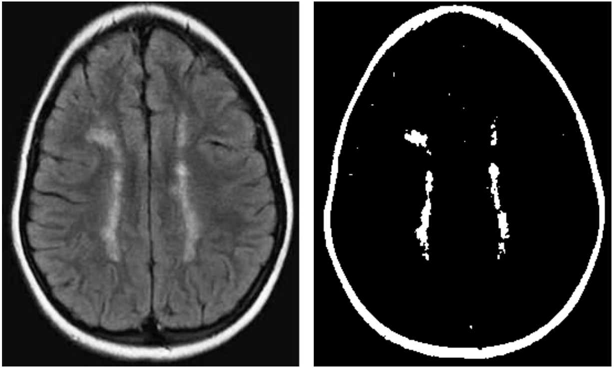


Figure: Autre modalité IRM.

Méthode des k-moyennes

- Principe : regrouper les niveaux de gris en K classes (ou *cluster*) $c_1, \cdots, c_K$.
- En général ces classes correspondent à l'intervalle $[1, \cdots, G]$ découpé en $K-1$ intervalles : généralisation du seuillage optimal à $K-1$ seuils.
- On choisit arbitrairement ou empiriquement un nombre de classes K.
- Moyenne de chaque classe pour une image I : $\mu_k(I) = \frac{1}{|c_k|} \sum_{s \in c_k} I(s)$ avec : $|c_k| = \mathrm{card}(c_k)$.
- Trouver $c_1(I), \cdots, c_K(I)$ tels que

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{s \in c_k} |I(s) - \mu_k|^2$$

soit minimal.

Méthode des k-moyennes (suite)

- La solution est donnée par l'algorithme itératif :
  1. Initialisation des c_k (intervalle constant, ou bien à partir d'une analyse de l'histogramme, ...) et calcul des μ_k.
  2. Répéter :

     Mise à jour des classes : Pour chaque pixel s, on attribue la classe la plus proche :

$$\begin{aligned} k' &= \operatorname*{Argmin}_{k \in \{1 \cdots K\}} \|I(s) - \mu_k\| \\ c_{k'} &\supset \{s\} \end{aligned}$$

     Mise à jour des moyennes : Pour chaque nouvelle classe c_k, on recalcule μ_k.

Les k-moyennes (suite)

- Arrêt des itérations lorsque les moyennes n'évoluent plus.
- Algorithme simple et efficace : bonne initialisation pour des algorithmes plus sophistiqués.
- Algorithme non supervisé et robuste.
- Fonctionne que sur la distribution fréquentielle des valeurs de n.d.g. : aucune information spatiale !
- Régions peu régulières, non connexes.
- Référence : [Bezdek, 1981]

Quelques exemples

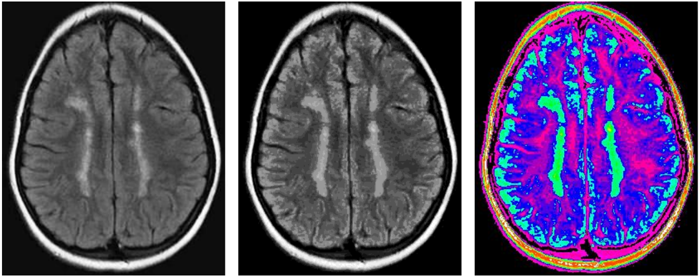


Figure: Image originale. Classification sur 16 classes

Quelques exemples (suite)

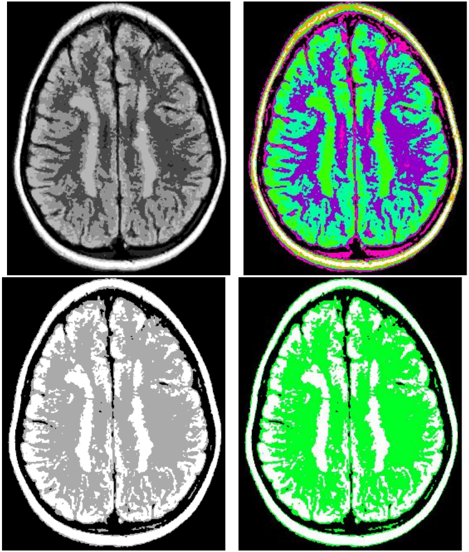


Figure: Classification sur 8 classes, sur 4 classes.

Quelques exemples (suite)

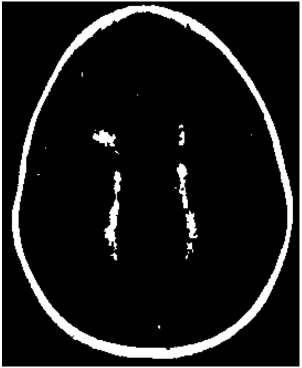
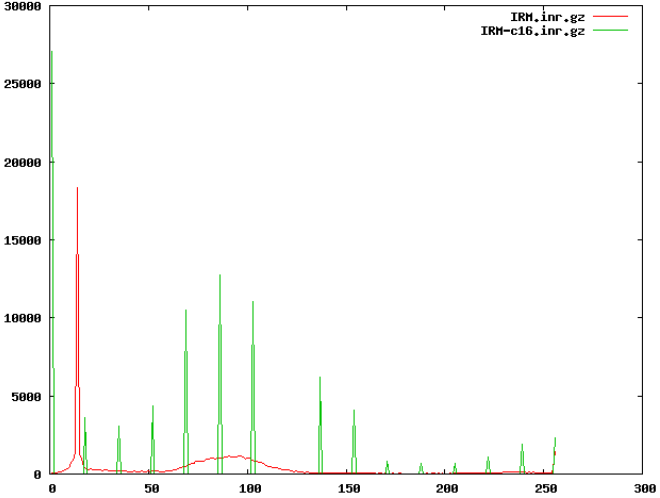
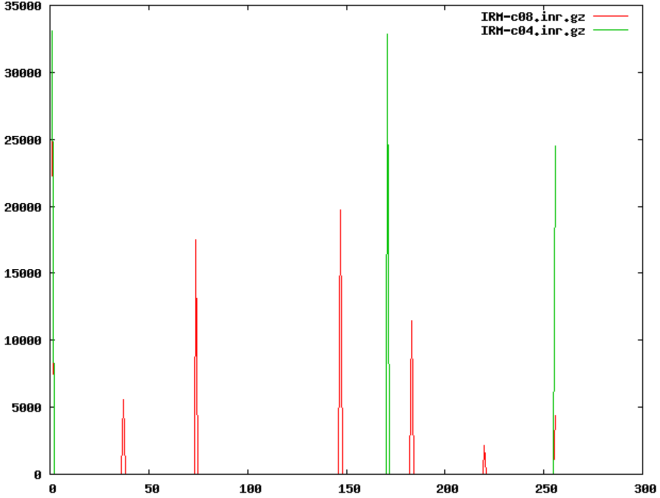


Figure: Classification sur 2 classes.

Analyse des histogrammes



Analyse des histogrammes



Méthode des k-moyennes floues

Fuzzy k-means

- On donne maintenant un poids d'appartenance d'un pixel s à une classe k : u_{sk} tel que $\sum_{k=1}^{K} u_{sk} = 1 \ \forall s$.
- Ainsi, la moyenne d'une classe devient :

$$\mu_k = \frac{\sum_{s \in c_k} u_{sk} I(s)}{\sum_{s \in c_k} u_{sk}}$$

- Le problème devient : trouver $c_1, \cdots, c_K$ et $U = (u_{sk}, \forall s, \forall k)$ telque

$$\sum_k \sum_s u_{sk}^m |I(s) - \mu_k|^2$$

soit minimal. $m > 1$ est un paramètre constant (degré de *fuzziness*).

Méthodes des c-moyennes

- Là encore, un algorithme itératif :
  1. Répéter :
     1.1 $u_{sk} = \sum_{l=1}^{K} \left(\frac{|I(s) - \mu_k|}{|I(s) - \mu_l|} \right)^{-\frac{2}{m-1}}$
     1.2 $\mu_k = \frac{\sum_{s \in c_k} u_{sk} I(s)}{\sum_{s \in c_k} u_{sk}}$
  2. Jusqu'à ce que $\max(|u_{sk}^n - u_{sk}^{n-1}|) < \epsilon$
- Remarque : avec $u_{sk} = 1$ si $s \in c_k$ et 0 sinon, on retrouve le k-moyenne.

Classification (bayésienne)

- On suppose que chaque classe k suit une loi normal de paramètre $\theta_k = (\mu_k, \sigma_k)$ (donc homogénéité de la distribution des niveaux de gris).
- La méthode pour calculer $\theta = (\theta_1, \cdots, \theta_K)$ est l'estimation du maximum de vraissemblance, c'est-à-dire :

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\mathrm{argmax}} P(I|\theta)$$

- On suppose que la loi de $I(s)$ est indépendante d'un pixel à l'autre.
- Pour ce faire, on calcule la vraissemblance L définie par

$$L(\theta) = P(I|\theta) = \prod_{s \in S} P(I(s)|\theta) = \prod_{s \in S} \sum_{k=1}^{K} P(I(s)|\theta_k, c_k) P(c_k)$$

avec c_k la classe k (ensemble de n.d.g.) et on doit calculer son maximum.
- Algorithme itératif pour calculer ce maximum : EM (Expectation/Maximisation [Dempster et al., 1977]).

Algorithme EM

1. On se donne une classification initiale c_k. Ce qui permet de calculer une valeur initiale pour :
   - $P(I(s)|c_k, \theta_k)$ (=distribution des n.d.g qui appartiennent à la classe k),
   - θ_k estimateur du maximum de vraissemblance calculée sur $P(I(s)|c_k, \theta_k)$,
   - $P(c_k)$, le poids de la classe k soit, $|c_k|/|S|$.
2. Étape d'estimation (*Expectation step*) : par la formule de Bayes, on calcule :

$$P(c_k|I(s), \theta) = P(c_k|I(s), \theta_k) = \frac{P(I(s)|c_k, \theta_k)P(c_k)}{\sum_{j=1}^{K} P(I(s)|c_j, \theta_k)P(c_j)}$$

Algorithme EM

3. Étape de minimisation (*Maximation step*) : Mise à jour des paramètres à partir des nouvelles classes :

$$
\begin{aligned}
P(c_k) &= \sum_{j=1}^{K} P(c_j | I(s), \theta) \\
\mu_k &= \frac{1}{P(c_k)} \sum_s I(s) P(c_k | I(s), \theta) \\
\sigma_k &= \frac{1}{P(c_k)} \sum_s (I(s) - \mu_k)^2 P(c_k | I(s), \theta)
\end{aligned}
$$

4. Retour en 3. jusqu'à stabilisation de θ.

Exemple de classification bayésienne

IRM T_1 et T_2

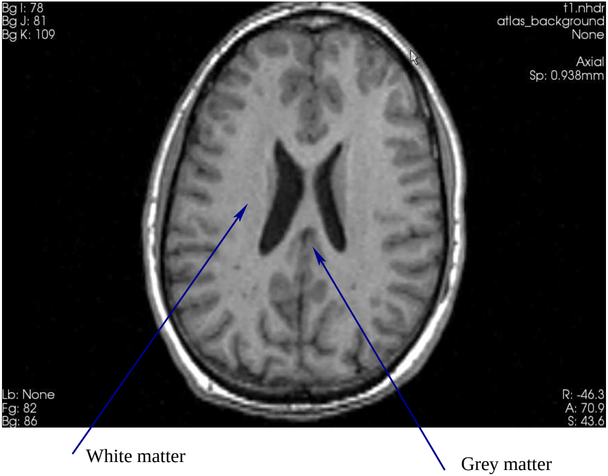


Figure: IRM : Contraste T_1

Exemple de classification bayésienne

IRM T_1 et T_2

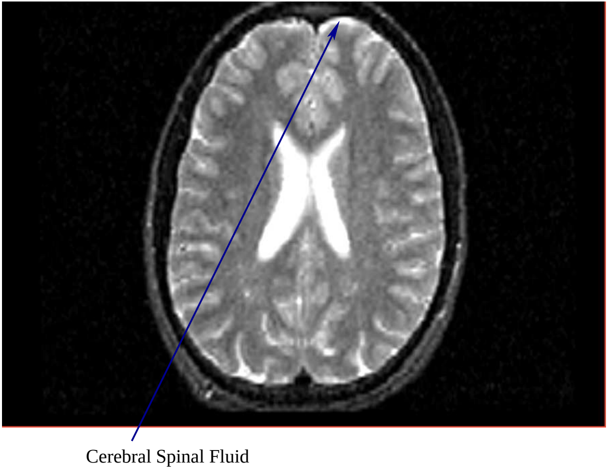
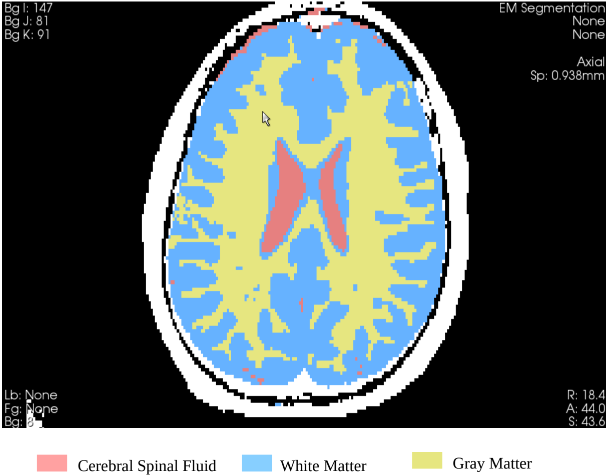


Figure: IRM : Contraste T_2

Exemple de classification bayésienne

Résultat (logiciel *Slicer3*)



Conclusion sur la classification

- Qu'est-ce qu'on classifie ?
  - L'information radiométrique (exemple précédent : modèle de distribution des niveaux de gris pour chaque classe).
  - On peut aussi classifier l'information structurelle locale : la texture. Descripteurs statistiques d'ordre divers (voir [Haralick et al., 1973]).
- Le classifieur :
  - Bayésien ;
  - réseaux de neurones (Perceptrons, Hopfield, ...) ;
  - classifieurs à vaste marge (*Support Vector Machine*) : choix d'un noyau (pour les problèmes non linéaire).
  - Voir les UE de IAD.

Approches contours

- Les détecteurs de contours fournissent une information partielle sur les bords de zones candidates à une segmentation
- Détecteurs les plus efficaces :
  - premier et second ordre : Marr, Sobel, Prewitt.
  - optimaux : Canny, Deriche.
  - autres : opérateurs de morphologie mathématique (non abordé, voir TDI, RDMM)
- Les méthodes de contours actifs exploitent naturellemment les informations 'contours' commme non déformable.

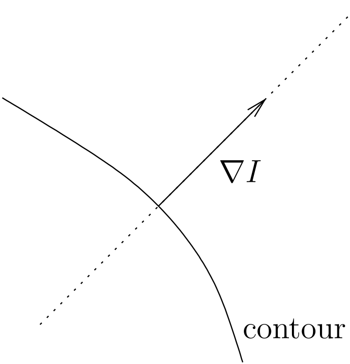
Prolongements des contours

- Dernière approche : fermeture des contours ou "prolongement" des contours.
- Méthode de "tracage des bords". Idée : prolonger les contours issus des détecteurs robustes.
- Nécessite pour chaque point de contours (x, y) :
  - une orientation du contour (notée $\phi(x, y)$)
  - une magnétude du contour (notée $A(x, y)$)
- Cette information est fournie par le gradient spatial de l'image : $\nabla I = (\frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y})^T$ au point de contour.
- En effet : $\phi = \arccos(\frac{<I_x, I_y>}{\|\nabla I\|}), A = \|\nabla I\|$

Prolongement des contours

- Rappel : on peut obtenir des points de contours :
  1. en seuillant sur la norme (A) du gradient :
     - Comment choisir le seuil ?
     - Impossibilité d'obtenir des contours fin (1 pixel)
  2. en cherchant le maximum local de la norme du gradient dans la direction du gradient :
     - Paramètrage : zone de recherche des maxima
     - Robuste (faiblement supervisé) et efficace,
     - Assurance d'obtenir des contours fin (maxima locaux),
     - Fournit une magnétude A pertinente.

Maximum local du gradient



Rappel : seuillage par hystéresis

- Pour obtenir des images de contours, on doit seuiller. En pratique : un seuillage par hystéresis.
- On se donne deux seuils $t_b < t_h$: “bas” et “haut”
- On calcule $C(s) = \mathbb{1}_{I(s)<T_h}$
- Pour chaque pixel s tq $C(s) = 1$: on itère le procédé :
  - On cherche t voisin de s tel que $C(t) = 0$ et $I(t) > T_b$
  - on pose $C(t) = 1$, et $s = t$
  - arrêt si t n'existe pas.

$\rightarrow$ Fourni un prolongement de chaîne de contours (sans information spatiale)

Comparaison norme/maxima locaux

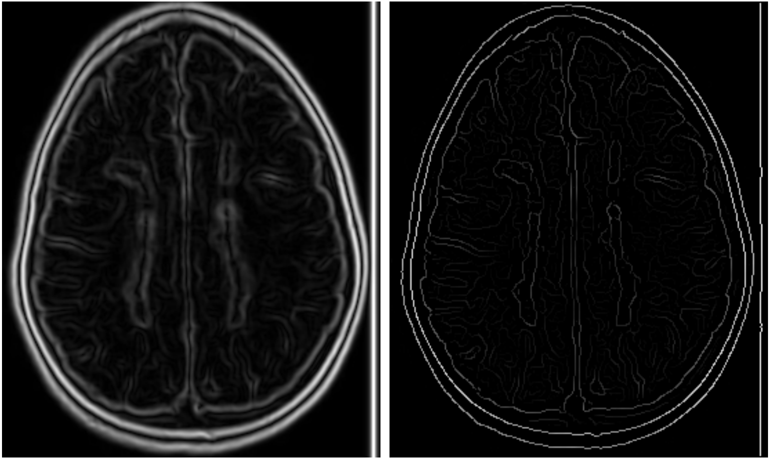
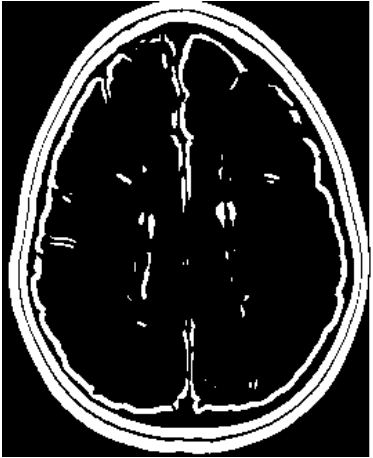
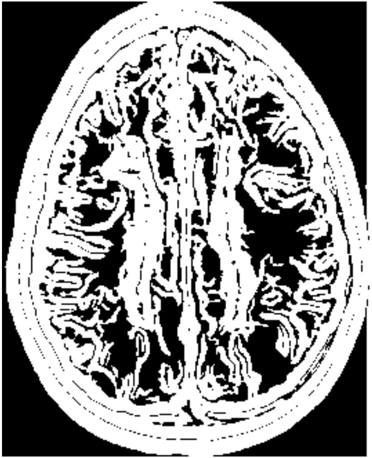


Figure: Image IRM. gauche : norme ; droite : maxima locaux

Comparaison seuillage/hysteresis



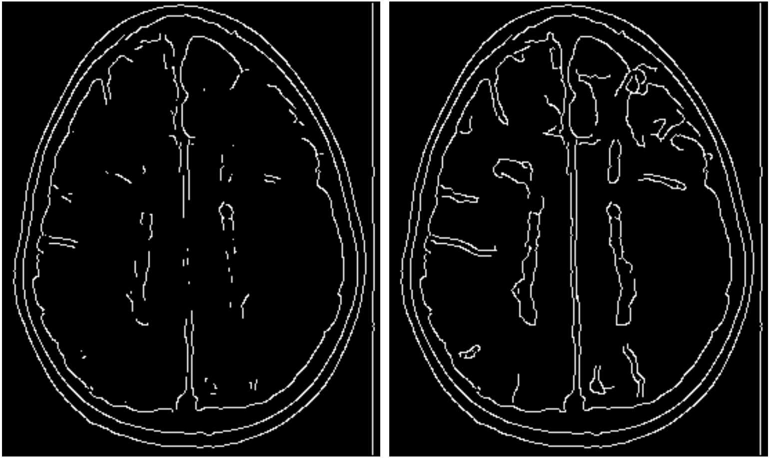
(a) $s = 10$



(b) $s_h = 10, s_b = 2$

Figure: Seuillage sur la norme

Comparaison seuillage/hysteresis



(a) $s = 40$ (b) $s_h = 40, s_b = 10$

Figure: Seuillage sur les maxima locaux de la norme

Transformée de Hough [Hough, 1962]

- Consiste à détecter des formes simples et paramétrées telles que des droites, des cercles, ...
- Généralisable à des courbes paramétrées quelconques.
- Principe : en faisant varier les paramètres de la forme à détecter, on fini par trouver cette forme (si elle existe) dans l'image
- Demande un moyen pour extraire ces formes dans l'image : détection + fermeture des contours.
- Construction d'un espace accumulateur comptabilisant le nombre de pixel contours en intersection avec la forme.

Hough : exemple

- Détection de droites : si

$$(x_i, y_i) \in D(\alpha, r) \Leftrightarrow r = x_i \cos\alpha + y_i \sin\alpha$$

  alors on incrémente l'accumulateur pour (r, α) : $A(r, \alpha) + +$.

- Détection de cercles (ou d'ellipses) : si

$$(x_i, y_i) \in C(0, r) \Leftrightarrow (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 = r^2$$

  alors $A(x_0, y_0, r) + +$

- Limitation : complexité algorithmique due à la taille de l'espace de recherche des paramètres.

Détecteur de Hough

- Difficulté : interprétation de l'espace d'accumulation de Hough : discrimination parfois impossible + bruit.
- Exemple d'un accumulateur à deux dimensions (droite) :

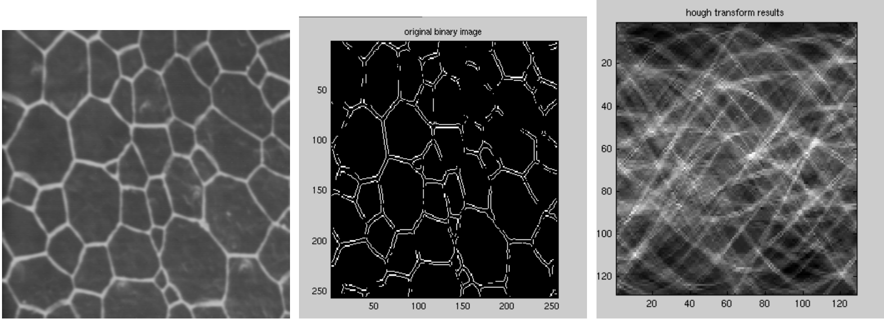
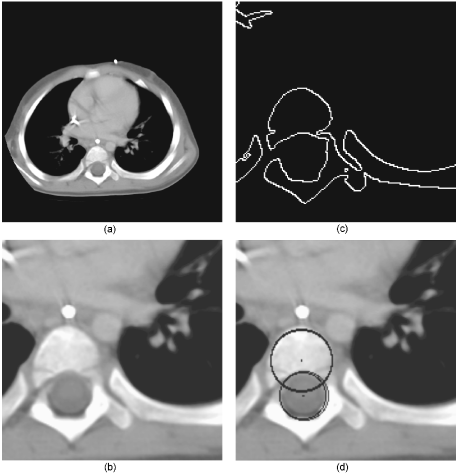


Figure: Image originale, image des contours, accumulateur

Détecteur de Hough : exemple

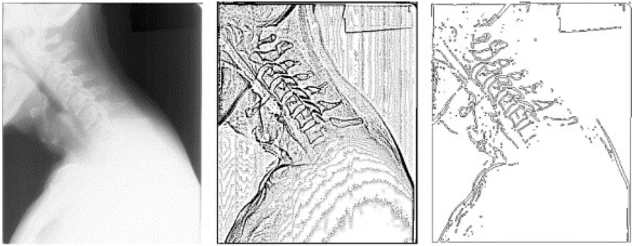
- Détection moëlle épinière, vertèbre en CT.



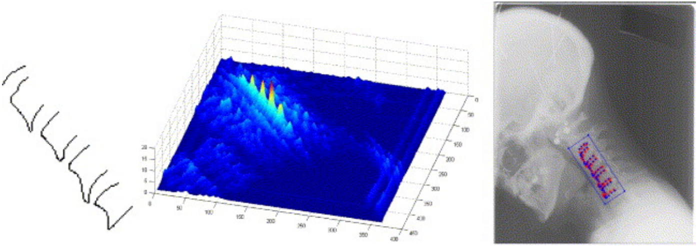
Détecteur de Hough généralisé

- Généralisation à une forme quelconque !
- Représenter la forme recherchée par un ensemble de points de contours et leur orientation associée (calculée par gradient) : *template*.
- Classer ces points (en représentation polaire par rapport au centre de gravité de la forme) par orientation.
- Dans l'image : calculer points de contour et leur orientation.
- Pour chaque point de contour d'orientation θ : incrémenter la table hough des points d'orientation θ dans la table précédente.
- Accumulation aux centres de gravités des formes à reconnaître.
- Pas invariants aux changements d'échelle et d'orientation : ajouter deux paramètres dans l'accumulateur de Hough (devient trop lourd).

Transformée de Hough Généralisée : exemple



A B C



A B C

Bref rappel sur les *snakes*

- On cherche à disposer une courbe fermée déformable sur les zones à segmenter ;
- On utilise deux type de propriétés :
  1. interne : contraintes de régularité de la courbe
  2. externe : on souhaite positionner la courbe le long des point de contours
- les contours sont rarement fermés : les contraintes internes permettent de compenser l'absence de points de contours.
- Deux modèles classiques : [Kass et al., 1988], [Cohen, 1991].

Snake, modèle Terzopoulos

- $v(s) = (x(s), y(s))$, courbe paramétrée ;
- On note $v_s(s) = v'(s)$;
- Formulation variationnelle ; minimisation de l'énergie :

$$\begin{aligned} E(w) = \ & \int_0^1 (\alpha w_s^2 + \beta w_{ss}^2) ds (\text{énergie interne}) \\ & + \int_0^1 \mathcal{P}(w) ds \ (\text{énergie externe}) \end{aligned}$$

- $\mathcal{P}$, potentiel, $\mathcal{P}(v) = -\|\nabla I(w)\|^2$
- Minimiser $E \Leftrightarrow$ résoudre les équations d'Euler-Lagrange :

$$-2\alpha w_{ss} + 2\beta w_{ssss} = -\nabla\mathcal{P}(w)$$

- Résolution de l'équation diff par discrétisation + schéma numérique semi-implicite ... (voir AMO).
- En pratique : il faut régulièrement rééchantillonner / reparamétriser la courbe si elle grossit ou diminue.

Snake, modèle du Ballon

- Modification de l'énergie externe : $E_{ext}(w) = \int_0^1 \mathcal{P}(w)ds - \gamma \iint_R dxdy$
- R région délimitée par w
- Les équations d'Euler-Lagrange deviennent :

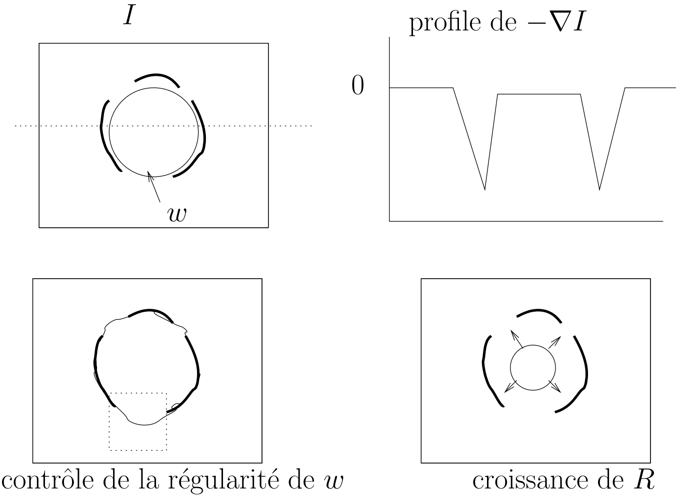
$$-2\alpha w_{ss} + 2\beta w_{ssss} = -\nabla\mathcal{P}(w) + \gamma\vec{n}(s)$$

- Une équation d'évolution :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - 2\alpha w_{ss} + 2\beta w_{ssss} = -\nabla\mathcal{P}(w) + \gamma\vec{n}(s) = 0 \tag{2}$$

- Le ballon : la nouvelle contrainte impose à la région R de croître.
- Intuitivement : la courbe w est déplacée dans la direction de sa normale

Snake


I
w
profile de $-\nabla I$
0
contrôle de la régularité de w
croissance de R

Gradient vector flow

- Alternative à la force de (dé)pression : calculer un potentiel qui soit non nul même loin des contours.
- Minimiser :

$$E(u,v) = \int \alpha^2(\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2) + \|\nabla I\|^2((u-I_x)^2 + (v-I_y)^2)dxdy$$

avec α grand (on note $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$, $\nabla u = \begin{pmatrix} u_x & u_y \end{pmatrix}^T$).

- Équations d'Euler-Lagange ($\nabla E = 0$) :

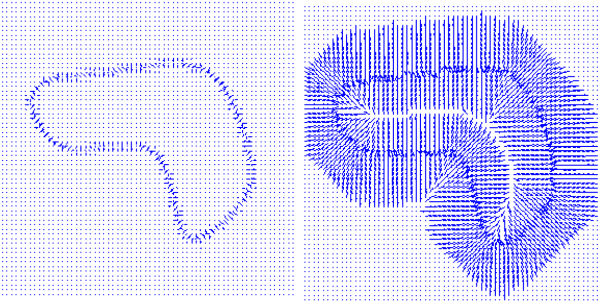
$$\begin{aligned} \alpha^2 \nabla^2 u - \|\nabla I\|^2 (u - I_x) &= 0 \\ \alpha^2 \nabla^2 v - \|\nabla I\|^2 (v - I_y) &= 0 \end{aligned}$$

avec $\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy}$.

- Équations très similaires à celle du flot optique.

Gradient Vector Flow

- Près des contours : $u = I_x$ et $v = I_y$
- Ailleurs : le champ (u, v) est lisse. Les gradients calculés près des contours sont propagés et lissés sur tout le domaine : force non nulle, dirigée vers le contour le plus influent, même loin des contours (bien choisir α).



Application aux images médicales

- Segmentation d'organe unique (pour des mesures fonctionnelle) OU de zone unique (par exemple un anévrisme, une tumeur).
- Dépend fortement de l'initialisation.
- Applicable en 2D, extension 3D possible mais difficile.
- Type de structure image : dépends de ce qu'on a mis dans le potentiel ! Ici Potentiel == détecteur de contours DONC des images suffisamment contrastées : IRM, X, CT-X (US dans certain cas).

Contours actif en Imagerie Médicale

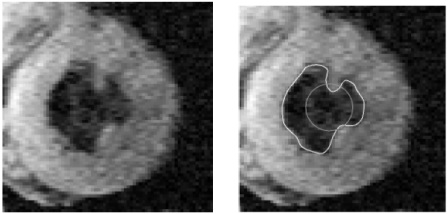


Figure: Segmentation du ventricule gauche - IRM.

Méthode de type *Level Set*

- Limitations des *snakes* :
  - choix de l'initialisation,
  - une courbe == une région. Pour une segmentation multi-régions, on doit multiplier les snakes : surcoût algorithmique.
- Ces limitations peuvent être levées en autorisant un changement de topologie de la courbe déformable.
- Idée intuitive :
  - un *snake* est une courbe qui se déforme sous l'action de forces (internes et externes) (voir équation (2).
  - comment autoriser un changement de topologie ?
    - Imaginons que la courbe 2D est la *ligne de niveau* d'un graphe d'une surface 3D.
    - Si la surface 3D se déforme, la courbe 2D peut changer de topologie !

Méthode de type *Level Set*

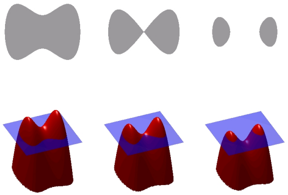


Figure: Niveau 0 d'une surface se déformant

- Imaginons une surface $S = \{x, y, z = \phi(x, y)\}$ régit par une équation qui ressemblerait (2) : elle se déforme sous l'action de forces internes et externes.
- La courbe telle $\phi(x, y) = 0$ se déforme sous l'action de forces internes et externes et peut accessoirement changer de topologie ! On dit que ϕ est une représentation implicite de la courbe telle que $\phi(x, y) = 0$.

Level Set

- [Osher and Sethian, 1988]
- Soit une famille de courbes $v(s,t) = (x(s,t), y(s,t))$ et soit une famille de fonctions implicites telles que $\phi(v(s,t),t) = 0$. Alors :

$$\frac{d\phi(v)}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi . \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{d\phi(v)}{ds} = \nabla \phi . \frac{\partial v}{\partial s} = 0 \tag{4}$$

- $\frac{\partial v}{\partial s}$ est la tangente τ à v en s, puisque $\nabla \phi . \tau = 0$ on en déduit que $\nabla \phi$ est colinéaire à la normale N de v en s.
- Si on choisit $\phi < 0$ si on est à l'intérieur de la courbe v alors on peut écrire :

$$N = -\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \tag{5}$$

Level Set

- On considère l'équation d'évolution sur v :

$$\frac{\partial v}{\partial t}.N = F \tag{6}$$

où F est une fonction. Cette équation signifie : $v(s,t)$ se déplace dans la direction de sa normale à vitesse F.

- En utilisant les équations (3,5,6), on montre alors :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F|\nabla \phi| \tag{7}$$

- Propriété : $\phi(u,t) = \pm \mathrm{dist}(u, v(t))$ pour tout $u = (x,y)$.
- On a montré que l'évolution d'une courbe peut être représentée par celle de sa représentation implicite ;

Application aux images

- Il suffit de bien choisir F : [Caselles et al., 1993] :

$$F = \frac{1}{1 + |G_\sigma \star I|^2} \times (c + \kappa)$$

avec c constante (vitesse de convergence), G_σ noyau gaussien, κ courbure de v.

- En représentation implicite, le calcul de la courbure est facile :

$$\kappa = \nabla . \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

- F : la vitesse diminue au voisinage des contours.

Application aux images

- On peut ajouter d'autres forces, par exemple [Caselles et al., 1997] (*Geodesic Active Contours*) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F|\nabla \phi| + T.\nabla \phi$$

  où T est une force de transport (advection voir AMO).
- Caselles *et al* prennent : $T = \nabla(\frac{1}{1+|G_\sigma \star I|^2})$.
- Cette fonction implicite correspondant à la courbe dont l'équation d'évolution est :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = FN - T.N$$

- Avec un T calculé à partir d'un flot optique, on fait du tracking d'objets.

Application aux images médicales

(a) Vérité terrain

(b) Ballon

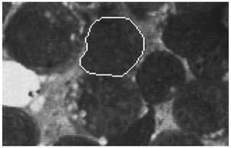
(c) GVF

(d) Level set

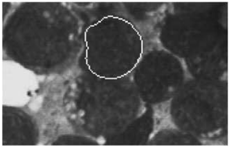
(e) Geodesic

Figure: X, Rotule [He et al., 2008]

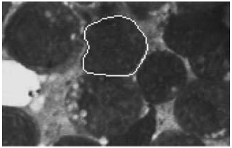
Application aux images médicales



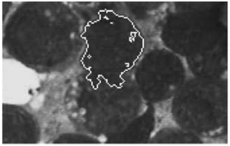
(a) Vérité terrain



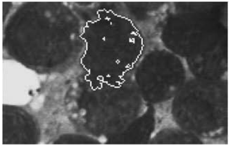
(b) Ballon



(c) GVF



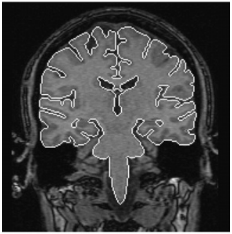
(d) Level set



(e) Geodesic

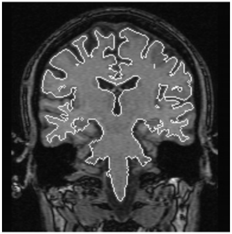
Figure: Focale, Cellules [He et al., 2008]

Application aux images médicales

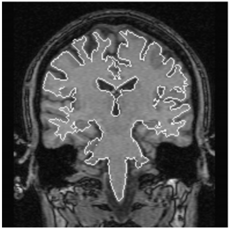


(a) Vérité terrain

(b) Ballon



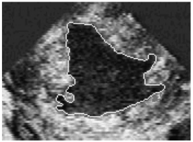
(c) Level set



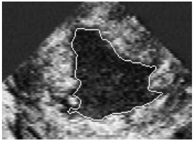
(d) Geodesic

Figure: CT-X Cerveau [He et al. 2008]

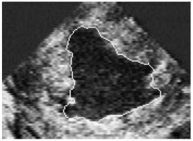
Application aux images médicales



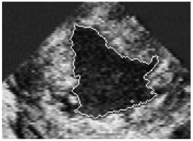
(a) Vérité terrain



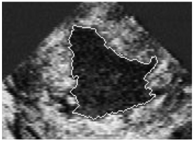
(b) Ballon



(c) GVF



(d) Level set



(e) Geodesic

Figure: US, Cœur (de porc) [He et al., 2008]

Application aux images médicales

- Inconvénient : coût algorithmique important car on augmente la dimensionalité. Le cas 3D est limitant. Le cas 4D n'est pas envisageable.
- Avantage 1 : segmentation multi régions avec un seul ϕ.
  Très utilisé en biologie (par exemple comptage de cellule).
- Avantage 2 : pas de rééchantillonage/reparamétrage de courbe.
- Facile à paralléliser .
- Extension au 3D : difficile que ce soit en explicite ou implicite.
- Une solution : avoir des modèles (paramètres) et on cherche le jeu de paramètre qui colle le mieux à l'image : utilisation d'information a priori.

Split and merge

- *Split* : on découpe **récursivement** une région en 4 (*quad-tree*) si un critère de découpage est vérifié.
- *Merge* : on fusionne **récursivement** des régions adjacentes si un critère de fuion est vérifié.
- Choix des critères selon les modalités :
  - critère d'homogénéité des n.d.g., ou de distribution particulière.
  - critère de similarité des régions (corrélation, information mutuelle).
  - critères contours : taux de contours intra régions, taux de contours inter régions, ...
- Ces algorithmes peuvent être très facilement étendus au 3D : on parle d'OctTree : découpage d'un cube en 8 régions.
- Application courante en IRM (bonne homogénéité des régions).

Split and merge en IRM

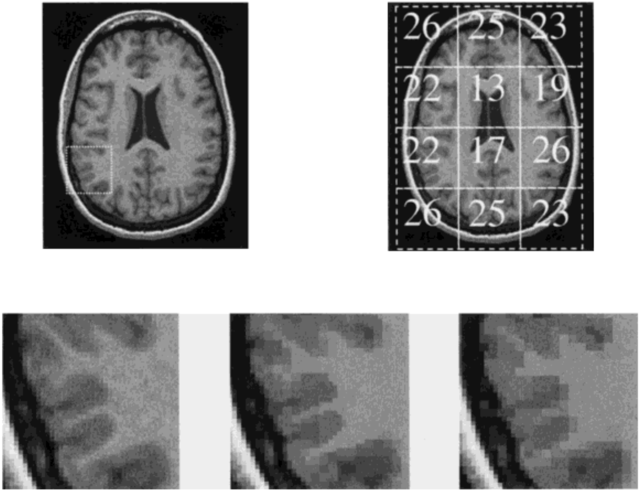


Figure: extrait de [Manousakas et al., 1998]

Ligne de partage des eaux

- Notion géographique : une ligne de *partage des eaux* partage deux *bassins versants* ;
- L'image est vue comme le graphe d'une fonction dans $\mathbb{R}^3$: on considère un ensemble du type $(x, y, I(x, y))$
- $I(x, y)$ est l'altitude du pixel (x, y).
- Une ligne de partage des eaux : une ligne de crête : maximal local de l'altitude.
- Un bassin versant est défini par : pour tout point d'un même bassin, il existe un chemin vers un ensemble connexe d'altitude minimal de ce bassin telle que I y soit monotonome strictement décroissant.

Ligne de partage des eaux

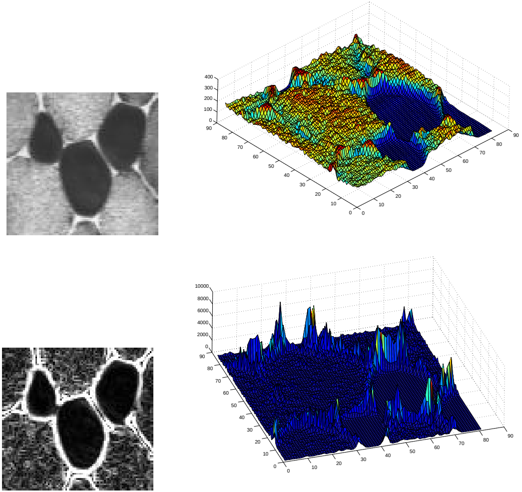


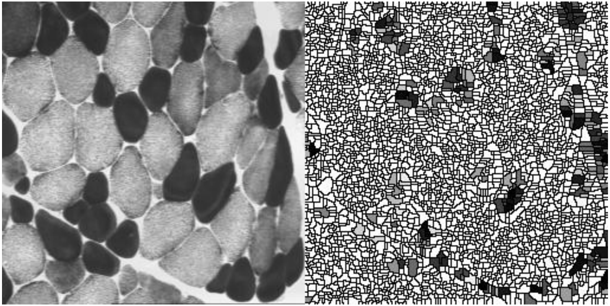
Figure: Cellules musculaires

Ligne de partage des eaux

- Algorithme naïf :
  - pour chaque point de l'image ; calculer un chemin descendant.
  - un bassin versant regroupe les points dont le chemin descendant est connexe à une même altitude minimale.
- Problème : à cause des problèmes d'échantillonage sur la valeur du gradient, on ne peut pas calculer de façon unique les chemins descendants.
- Au lieu de partir d'altitude élevé, considérons les points d'altitude minimal (minimum local de la norme du gradient) :
  - On "remplit d'eau" à partir de ces points
  - Au fûr et à mesure, les bassins se remplissent
  - Lorsque deux bassins communiquent : la démarquation correspond à une ligne de partage des eaux.
- Avantage : pas besoin de calculer une direction du gradient.

Ligne de partage des eaux : exemples

- Inconvénient : conduit à des sur-segmentations



- Mal adaptée aux images bruités.
- Peut servir d'initialisation.

Ligne de partage des eaux

Amélioration

- Bien choisir les points d'immersions (marqueur) :
  $\rightarrow$ entre deux minima locaux prendre le plus grand !
- Contre le bruit, on peut lisser ! (multi-échelles, voir AMO)

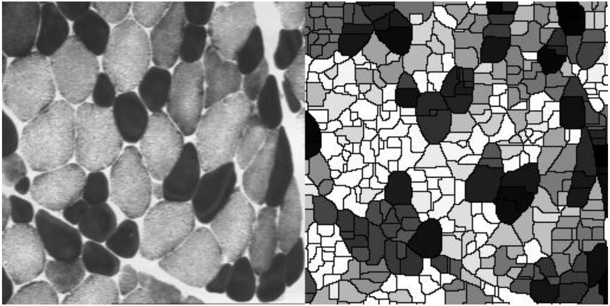


Figure: $I \star g_\sigma$, g gaussien, $\sigma = 2$

Ligne de partage des eaux

Multiéchelles

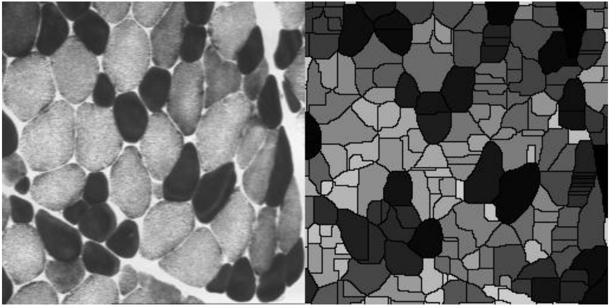


Figure: $I \star g_\sigma$, g gaussien, $\sigma = 3$

Ligne de partage des eaux

Multiéchelles

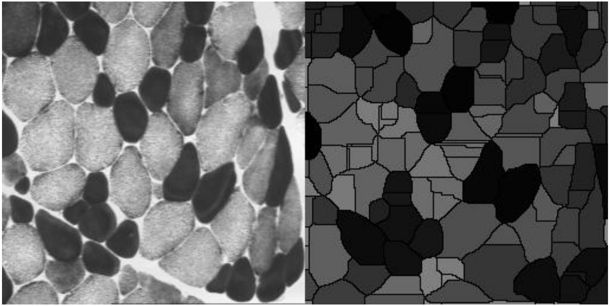


Figure: $I \star g_\sigma$, g gaussien, $\sigma = 4$

Ligne de partage des eaux

Multiéchelles

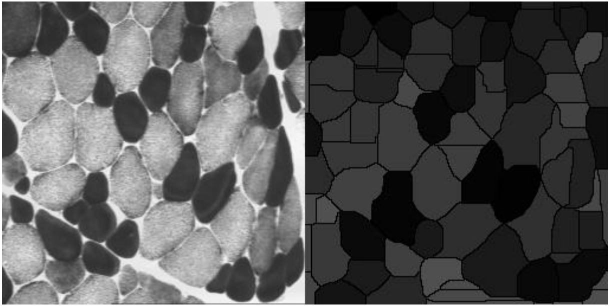


Figure: $I \star g_\sigma$, g gaussien, $\sigma = 6$

Modèle [Mumford and Shah, 1989]

- Formulation variationnelle d'un modèle de segmentation.
- La fonctionnelle de Mumford-Shah est définie par :

$$E(I, L) = \begin{array}{l} \alpha \int_{\Omega-\Gamma} |\nabla L|^2 dxdy \\ +\beta \int_{\Omega-\Gamma} (I - L)^2 dxdy \\ + \oint_\Gamma ds \end{array} \quad (8)$$

où I est l'image, L une segmentation de I et Γ frontière de Ω

1. un terme d'attache aux données,
2. un terme de régularité,
3. un terme de bords : MDL (Minimum Description Lenght).

Modèle de Mumford-Shah (suite)

- Mumford & Shah ont conjecturé : Si Γ est fixe, alors la solution vérifie le problème de Neumann :

$$\begin{cases} \triangle L = \frac{\beta}{\alpha}(L - I) & \text{sur } \Omega/\Gamma \\ \frac{\partial L}{\partial s} = 0 & \text{sur } \Gamma \end{cases}$$

- La fonctionnelle E peut être minimisée en utilisant un formalisme de Γ-convergence (résultat récent).
- Le cas Γ fixe n'intéresse pas la segmentation. Ils ont montré également que si L est constante par morceaux alors l'énergie devient : (cartoon model)

$$E(I, \{L_i\}) = \alpha \sum_i \int_{\Gamma_i} (I - L_i)^2 dxdy + |\Gamma|$$

Rappel sur les champs de Markov

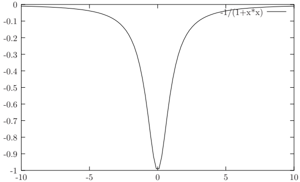
- Modélisation stochastique de l'image : sur l'entrée X , sur l'image résultat Y.
- $X = (X_s)_{s \in S}$: grille discrète avec un système de voisinage.
- Loi a priori (sur Y) : champs de Gibbs.
- Un modèle image (ou de dégradation) : comment on passe de X à Y.
- L'image résultat Y est calculée en simulant la loi à posteriori $Y|X$ (selon différents algorithmes : Metropolis, recuit simulé, ICM).
- Par rapport aux approches continues : modélisation du bruit.
- Très à la vogue dans les années 85-95, elles ont été moins utilisées lorsqu'on les images sont devenu trop grandes.
- Regain d'intérêt depuis 5 ans grâce à l'apparition des techniques de coupure de graphe (Graph Cut) qui permettent une optimisation plus rapide.

Restauration avec lissage

- Principe : sur la grille pixels, les niveaux de gris ont une distribution constante par région ; les contours appartiennent aux frontières.
- Y image d'entrée, X image segmentée (sur N classes). et $P(X = x|Y = y) = \exp(-U(x|y))/Z$, Z constante normalisatrice.
- [Geman and Geman, 1984] :

$$U(x|y) = \alpha \sum_{<s,t>} \Psi(x_s - x_t) + \sum_s (x_s - y_s)^2$$

avec : $\Psi(u) = \frac{-1}{1+\frac{|x|^a}{\delta}}, a = 1, 2$



Équivalence GG – SM

- Le terme de régularité (gradient de L) correspond au modèle d'Ising.
- Le terme d'attache aux données est le même.
- Le terme MDL correspond à la markovianité : voir d'évolution d'un modèle d'Ising.

Restauration avec lissage

- [Black and Zisserman, 1987] :
  - ajout d'une grille duale contours et d'une donnée contours B :

$$b_{<s,t>} = \mathbb{1}_{|x_s - x_t| > T}$$

  - les contours appartiennent aux frontières des objets.

$$\begin{aligned} U(x, b|y) = \quad & \lambda \sum_{<s,t>} (x_s - x_t)^2 (1 - b_{<s,t>}) \\ & + \alpha \sum_{<s,t>} b_{<s,t>} \\ & + \sum_{s} (x_s - y_s)^2 \end{aligned}$$

Segmentation Markovienne en imagerie US cardiaque

- Segmentation du ventricule droit :
  - difficultés : le bruit, la valve mitrale qui peut être ouverte.
  - propriétés : une certaine uniformité des ndg dans la cavité, des contours assez marqué près du myocarde.

Segmentation US cardiaque

Modèle

- y_s : niveau de gris au pixel s, $x_s = 1$ ou -1
- Énergie : $U(x,y) = \sum_{s|X_s=1}\left[\left(\frac{y_s-\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)^2 - T(s)\right] - \alpha \sum_{<s,t>} x_s x_t$
- $< s|t >$ système de cliques aux 4 plus proches voisins.
- $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}$ estimateur du maximum de vraissemblances calculé sur l'ensemble des pixels s t.q. $x_s = 1$.
- $T(s)$ seuil adaptatif t.q. $T(s) = T_0 + \beta\|\nabla y_s\|(1-\eta_s)$.
- $\eta_s = 1$ si s est un contour.

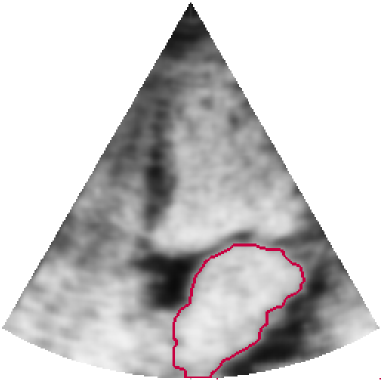
Segmentation US cardiaque

Paramètre

- Choix pour T_0 : seuil d'acceptation du test $y_s \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ choisit à 95%.
- Choix pour α et β :
  - empirique
  - peut se déduire de contraintes du type : - $P(X_s = 1 | V_S = -4) < P(X_S = -1 | V_S = -4)$ avec $V_S = \sum_{<p|s>} \in X_s$
    - $P(X_s = 1 | -2 \leq V_s \leq 2) = 1$
    - $P(X_s = 1 | 0 \leq V_s \leq 2) = 1$
- Besoin d'une initialisation
- Optimisation : ICM avec ré-estimation des paramètres au cours de l'optimisation.

Segmentation US cardiaque

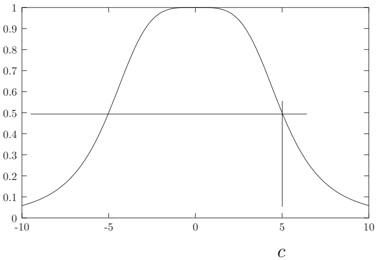
Résultat



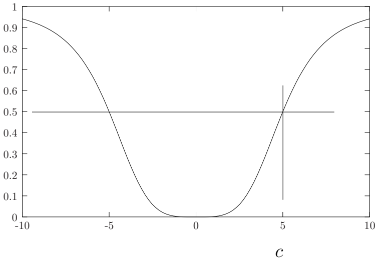
Segmentation US cardiaque

Cohérence temporelle

- Nouvelle énergie : $U_2(x,y) = U(x,y) + \delta \sum_{s \in S} \phi_c(\|y_s\|)\psi_{c'}(\|\frac{\partial y_s}{\partial t}\|)$



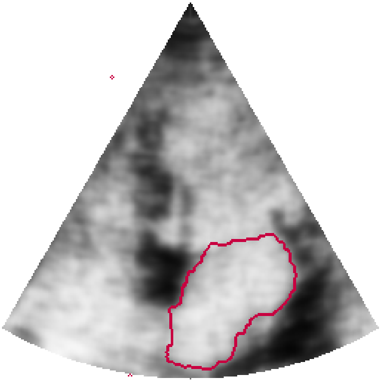
(a) Graphe de ϕ_c



(b) Graphe de ψ_c

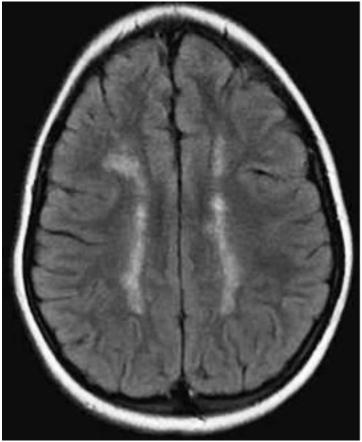
Segmentation US cardiaque

Résultat

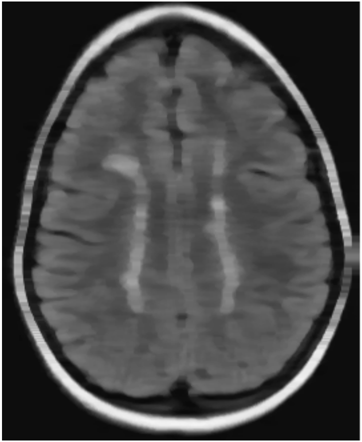


Filtrage non linéaire

- Approche mixte incorporant des informations régions et contours.
- Le plus simple (souvent très efficace) : le filtre médian !



(c) Image originale



(d) Médian 11×11

Filtrage non linéaire

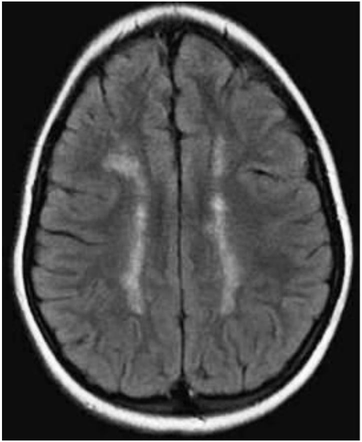
- Le plus complexe : diffusion non-linéaire de Perona-Malik.
- Intégrer :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial t}(x,y,t) &= \nabla.(c(x,y,t)\nabla L(x,y,t)) \\
L(x,y,0) &= I(x,y) \\
c(x,y,t) &= \exp\left(-(\|\nabla I\|/K)^2\right)
\end{aligned}
$$

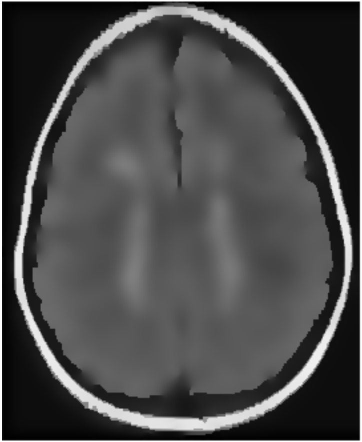
- t est un paramètre fictif, plus t est grand, plus la diffusion est importante.
- Là où $\|\nabla I\|$ est grand, $c \sim 1$, $\frac{\partial L}{\partial t} = \nabla^2 L(x,y,t)$: on lisse l'image !
- Là où $\|\nabla I\|$ est petit, $c \sim 0$, $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$ donc $L = I$, on préserve les contours !
- Détails théoriques et pratiques vus dans l'UE AMO.

Filtrage non linéaire

Exemple de diffusion non linéaire



(e) Image originale



(f) Diffusion Perona Malik, 100 itérations

Méthodes basées sur les atlas

- Principe : trouver l'application qui transforme une image pré-segmentée (l'atlas) en l'image observée.
- On transforme le problème de la segmentation en un problème de recalage : mise en correspondance, flot optique, déformations élastiques, ...
- Une fois la mise en correspondance effective, on peut nommer les régions (grâce à l'atlas).
- Application intéressante si la scène à analyser reste cohérente avec l'atlas : c'est le cas en imagerie médicale et notamment en imagerie cérébrale.
- Voir [Christensen et al., 1997].

Exemple de segmentation par atlas

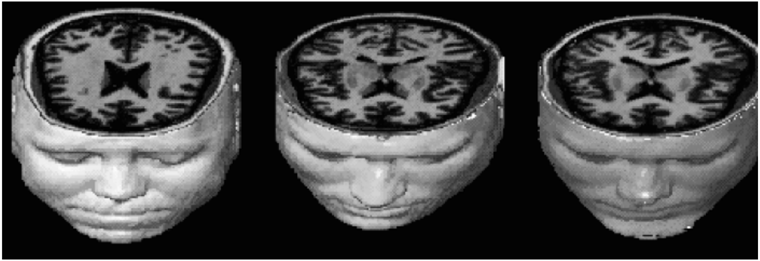


Figure: a) atlas, b) image observée, c) atlas déformé

Construction des atlas

- Comment obtenir ces atlas ?
- Une très riche littérature en imagerie médicale : une modalité, un organe, une pathologie !
- Quelques principes généraux :
  - des modèles synthétiques et paramétriques.
  - des segmentations manuelles
  - une acquisition référence jugée représentative
  - un grand nombre d'acquisitions pour être mieux représentatif. Technique de réduction de données pour obtenir une seule image : par exemple une analyse en composantes principales (ACP).
- Une revue de méthodes : [Rohlfing et al., 2004].

Comparaison entre atlas et image

Pré-requis

- En général un pré-requis : l'image doit être dans le même référentiel que l'atlas.
- Nécessité de **recaler** l'image : trouver la transformation (rigide) qui envoie l'image dans le domaine de l'atlas.
- Recalage d'images : vaste sujet. Quelques pointeurs :
  - [Brown, 1992]
  - [Maintz and Viergever, 1998]
  - [Zitová and Flusser, 2003]
  - Et certainement d'autres UEs d'IMA (MIMED, ...).

Comparaison entre atlas et image

Mesure de similarité

- Définir un opérateur qui mesure la similarité entre atlas et image.
- Opérateurs couramment utilisés :
  - Différence quadratique d'images :

$$D = \sum_{s \in S} (I_R(s) - I_A(s))^2$$

  - Corrélation :

$$C = \frac{\sum_{s \in S} (I_R(s) - \mu_R)(I_A(s) - \mu_A)}{\sqrt{\sigma_R \sigma_A}}$$

  - Information mutuelle (entropie) :

$$MI = H(I_R) + H(I_A) - H(I_R, I_A)$$

Comparaison entre atlas et images

Le procédé de mise en correspondance

- Ayant recalé l'image I : I_R,
- ayant une mesure de similarité $S(I_R, I_A)$,
- on peut procéder à la mise en correspondance.
- Le problème est de trouver une transformation T non rigide qui envoie les points I_R sur I_A :

$$S(I_R \circ T), I_A) = 0 \tag{9}$$

avec $I_R \circ T(s) = I_R(T(s))$.

- C'est un problème non linéaire.
- C'est un problème mal posé car T est une transformation de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ et on ne dispose que d'une contrainte (Eq. (9)).

Mise en correspondance

- Il faut lever l'indétermination :
  - Linéariser et régulariser : méthode de type flot optique et toutes ses variantes.
  - Faire des hypothèses sur T :
    - en imagerie cérébrale : utiliser les équations de la physique qui régissent les déformations des matériaux élastique : équation stationnaire de Navier-Stokes.
    - en image vasculaire : utilisation des équations de la mécanique des fluides.
    - ...
  - Ceci sera illustré dans mon prochain cours.

Principes généraux

1. La problématique médicale.
2. Interaction avec l'utilisateur.
3. La modalité de l'image.
4. La dimension de l'image.
5. La résolution spatio-temporelle de l'acquisition.

La problématique médicale

- La problématique médicale peut induire des informations *a priori* utiles, voire capitales. On peut souvent modéliser plus ou moins finement les structures présentes dans l'image.
- Aspects des zones à segmenter : forme, texture ou couleur.
- Localisation prédéterminée.
- Nombre de régions/de classes.
- Quelques exemples :
  - Cancer du sein : micro calcifications, segmentation multi-régions de taille + ou - petite.
  - Anévrismes : une grande zone à localiser et à mesurer.
  - Fissures pulmonaires : recherche de lignes de brisure.

⇒ Des informations à modéliser dans les algorithmes.

Interaction avec l'utilisateur

- Décision critique supervisée.
- Choix des paramètres (angle de vue, valeur de seuil).
- Initialisation d'algorithmes (ex : snake, croissance de région, programmation dynamique).

La modalité de l'image

- La modalité d'acquisition renseigne sur la signification physique de la couleur du pixel : faire le lien avec l'objet médical.
- Indique potentiellement un nombre de classe possible.
- Des transformations radiométriques sont parfois nécessaires (gradient, représentation fréquentielles, entropie, ...)

Modalité	Interaction physique	Mesure	Structures visibles
X	Radiation absorption	Irradiance	3-4 tissus
MR	Radio Frequency	Densité proton	3-4 tissus
US	Accoustic pressure	Impédance accous.	eau, tissu

Modalité : analyse radiométrique

Choix d'une mesure pertinente de la radiométrie.

- Moment d'ordre 0 :
  - mesure directe $I(s)$.
  - transformation non linéaire (ex : logarithmique) $f(I(s))$
- Moment d'ordre 1 :
  - moyenne $\mu(I) = \frac{1}{|S|}\sum_{s\in S} I(s)$,
  - valeur médiane $P(I(s) \leq m) = P(I(s) > m)$.
- Moment d'ordre 2 :
  - variance $\sigma^2(I)\frac{1}{|S|}\sum_{s\in S}(I(s) - \mu)^2$,
  - entropie $H(I) = -\sum_{g=1}^{G} P(I = g)\log(P(I = g))$,
  - co-occurence, auto-corrélation

$$\frac{\frac{1}{|W|}\sum_{s\in W} I(s)I(s+p) - \mu(I_W)I_{W+p})}{\sigma(I_W)\sigma(I_{W+p})}$$

en notant I_W l'image I restreinte à la fenêtre W.

- Ressemblance des histogrammes locaux (distance de Battacharyya) :

$$D_B(I,J) = -\log\left(\sum_{g=1}^{G}\sqrt{P(I=g)P(J=g)}\right)$$

- Dérivée première, seconde, croisée, dans n directions.
- Cas d'acquisition multi-modales :
  - corrélation, information mutuelle.
  - ACP.
  - $\Rightarrow$ nécessité de recaler (rigide, mise à l'échelle) les données.

La dimension de l'image

- Image 2D : méthode 2D.
- Image 3D : méthode 3D OU méthode 2D plan par plan.
- Extension au 3D (4D) plus ou moins aisée selon les méthodes :
  - Croissance de région : aisée
  - Modèle markovien : aisée
  - Courbe déformable $\rightarrow$ surface déformable : parfois non aisée

La résolution spatio-temporelle

- La taille de la structure à segmenter doit être compatible avec la résolution spatiale de l'image.
- Organes en mouvement (cœur, poumons) induisent un flou gênant pour la segmentation : acquisition suffisamment courte en temps.

Bezdek, L. (1981).
Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm.
Plenum Press, New York.

Black, A. and Zisserman, A. (1987).
Visual Reconstruction.
MIT Press, Cambridge.

Brown, L. G. (1992).
A survey of image registration techniques.
ACM Computing Surveys, 24(4) :325–376.

Caselles, V., Catté, F., Coll, T., and Dibos, F. (1993).
A geometric model for active contours.
NUmerische Mathematik, 66(1) :1–31.

Caselles, V., Kimmel, R., and Shapiro, G. (1997).
Geodesic active contours.
J. of Computer Vision, 22(1) :61–79.

Christensen, G., Joshi, S., and Miller, M. (1997).

Volumetric transformation of brain anatomy.
IEEE Trans. on Medical Imaging, 16(6) :864–877.

Cohen, L. D. (1991).
On active contour models and balloons.
Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Image Understanding, 53(2) :211–218.

Dempster, A., Laird, N., and Rubin, D. (1977).
Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm.
Journal of the Royal Satistical Society, 39(1) :1–38.

Geman, S. and Geman, D. (1984).
Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images.
IEEE Trans. PAMI, 6 :721–741.

Haralick, R., Dinstein, M., and Shanmugam, K. (1973).
Textural features for image classification.
Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 3 :610–621.

He, L., Zhigang, P., Everding, B., Wang, X., Han, C., Weiss, K., and Wee, W. (2008).
A comparative study of deformable contour methods on medical image segmentation.
Image and Vision Computing, 26 :141–163.

Hough, P. (1962).
A method and means for recognizing complex patterns.
US Patent 3,069,654.

Kass, M., Witkin, A., and Terzopoulos, D. (1988).
Snakes : Active contour models.
International Journal of Computer Vision, 1 :321–322.

Maintz, J. B. A. and Viergever, M. A. (1998).
A survey of medical image registration.
Image Medical Analysis, 2(1) :1–37.

Manousakas, I., Undrill1, P., Cameron, G., and Redpath, T. (1998).

Split-and-merge segmentation of magnetic resonance medical images : Performance evaluation and extension to three dimensions.
Computers and Biomedical Research, 31(6) :282–412.

Mumford, D. and Shah, J. (1989).
Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems.
Communications on Pure and Applied Mathematics, XLII(577–685).

Osher, S. and Sethian, J. (1988).
Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations.
J. of Computational Physics, 79 :12–49.

Otsu, N. (1979).
A threshold selection method from gray-level histograms.
IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 9(1) :62–66.

Rohlfing, T., Brandt, R., Menzel, R., and C., M. (2004).

Evaluation of atlas selection strategies for atlas-based image segmentation with application to confocal microscopy images of bee brains.
Neuroimage, 4 :1428–1442.

Rosenfeld, A. and De la Torre, P. (1983).
Histogram concavity analysis as an aid in threshold selection.
Trans. on Systems, Man and Cyber., 13(3) :231–237.

Sezgin, M. and Sankur, B. (2004).
Suvey over image thresholding techniques and qualitative performance evalution.
Journal of Electronic Imaging, 13(1) :146–165.
http://pequan.lip6.fr/~bereziat/pima/2011/sezgin04.pdf.

Terzopoulos, D. and Metaxas, D. (1991).
Dynamic 3D models with local and global deformations : Deformable superquadrics.
IEEE Trans. on Pattern Analysis an Machine Intelligence, 13(7) :703–714.

Zitová, B. and Flusser, J. (2003).
Image registration methods : a survey.
Image and Vision Computing, 21 :977–1000.

Annexe

Méthode d'Otsu (preuve)

- Otsu note qu'il est équivalent de maximiser la variance interclasse définie par : $\sigma^2_{inter} = \sigma^2 - \sigma^2_{intra}$.
- L'intérêt est que la variance interclasse se calcule plus facilement car on a :

$$\sigma^2_{inter}(t) = \alpha(t)(\mu - \mu_1(t))^2 + (1 - \alpha(t))(\mu - \mu_2(t))^2 \tag{10}$$

avec :

$$\mu_1(t) = \frac{1}{\alpha(t)} \sum_{g=0}^{t-1} gp(g) \tag{11}$$

$$\mu_2(t) = \frac{1}{1 - \alpha(t)} \sum_{g=t}^{L-1} gp(g) \tag{12}$$

$$\mu = \sum_{g=0}^{L-1} gp(g) = \alpha(t)\mu_1(t) + (1 - \alpha(t))\mu_2(t) \tag{13}$$

Seuillage optimal : méthode itérative

- En remplaçant (13) dans (10), on a :

$$\sigma^2_{inter}(t) = \alpha(t)(1 - \alpha(t))(\mu - \mu_1(t))^2 \tag{14}$$

- La méthode d'Otsu permet de trouver le seuil optimal mais nécessite de long calculs : il faut calculer tous les variances interclasse pour toutes les valeurs t telles que $0 \leq t < L$.
- Reddy *et al* (1984) ont calculé la valeur de t optimale.
- En résolvant l'équation $\frac{d\sigma^2_{intra}(t)}{dt} = 0$, on se ramène à l'équation suivante :

$$\mu_1(t) + \mu_2(t) = 2t$$

- Cette équation n'a pas de solution explicite : on utilise une méthode du point fixe.

Rappel : méthode du point fixe

- Soit une suite récurrante u définie par $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Si u converge, alors elle sa limite vérifie nécessairement l'équation $x = f(x)$ (point fixe de f).
- En pratique, f doit être contractante pour que la convergence soit possible ($|f'(x)| < 1 \quad \forall x$).
- Application : l'algorithme suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} t_0 = \mu_0 \\ t_{k+1} = \frac{1}{2}(\mu_1(t_k) + \mu_2(t_k)) \end{array} \right.$$

fourni une estimation du seuil maximisant la variance intra-classe.